

# フォトニックフラクタルの構造制御と電磁波局在

Structure Design for Localization of Electromagnetic Waves in Photonic Fractals

宮本 欽生  
Yoshinri MIYAMOTO

大阪大学接合科学研究所 附属スマートプロセス研究センター 教授

桐原 聡秀  
Soshu KIRIHARA

大阪大学接合科学研究所 附属スマートプロセス研究センター 助教授

武田 三男  
Mistuo TAKEDA

信州大学理学部 物理科学科 教授

本田 勝也  
Katsuya HONDA

信州大学理学部 数理・自然情報科学科 教授

迫田 和彰  
Kazuaki SAKOTA

物質材料研究機構 ナノマテリアル研究所 主席研究員

問合せミヤモト ヨシナリ 〒567-0047 茨木市美穂ヶ丘11-1  
TEL 06-6879-8693 FAX 06-6879-8693 E-mail/miyamoto@jwri.osaka-u.ac.jp

キーワード：フォトニックフラクタル，電磁波局在，メンジャースポンジ構造，電磁波特性

## 1 はじめに

フラクタルは，細部を拡大すると全体と似た構造になるという自己相似性の幾何学概念として知られている<sup>1),2)</sup>。我々は3次元の空間に住んでおり，点は0次元で，線分が1次元，平面が2次元と認識しているが，フラクタル構造の次元は0.63や2.73のように非整数で示され，常識では理解しにくい様相を呈する。異方性は，3次元的に等方的な構造や性質から偏った状態をいい，2次元層状構造や，1次元的な電気伝導など，次元が制約された構造や性質になるが，しかれば小数点のつく次元の構造がもたらす性質は一体どうなるのだろうか？

我々は，2003年3月にメンジャースポンジと称するフラクタル次元が2.73の立体構造を誘電体で作製したところ，フラクタルの構造と誘電率で決まる周波数のマイクロ波を照射すると反射も透過も殆どせず内部に強く局在する現象を世界ではじめて発見し，フォトニックフラクタルと命名した<sup>3),4)</sup>。この事実は，小数点のつく次元の構造が，単なる数学的なレトリックではなく，現実にあらたな機能をもたらすことを示唆している。フォトニックフラクタルについてはすでに本誌の昨年10月号に特集記事を掲載したが<sup>5)</sup>，本稿では，フラクタル構造と電磁波局在の関係について，その後得られた知見を含め紹介したい。

## 2 フラクタルの構造と次元

フラクタルは，大小互いに相似的な幾何学形状が入り子的に配列した集合体をいい，結晶のような周期性は持たない。入道雲や入り組んだリアス式海岸，森，ひだのある腸壁など，よりマクロで複雑な自然界の形態にもフラクタル性が見出され，部分を拡大すると全体に一致しないまでも似た構造となるという意味で，統計的な自己相似性を有している。

幾何学形状の次元は，式(1)のように数学的に定義づけられ，全体を $1/S$ に縮小した相似形 $N$ 個で構成されているとき， $D$ で表される。 $D$ は相似性次元，もしくはフラクタル次元と称される。

$$N = S^D \quad (1)$$

例えば，図1(a)に示す立方体は，各辺を3等分すると，相似形をした，より小さい立方体27個で構成されることから，式(1)に従うと $27=3^3$ となり，我々が経験的に認識している3次元に一致する。一方，図1(b)は，各辺を3等分した後，面心と体心部にある小立方体7個を抜き取ったもので，式(1)に従うと $20=3^D$ となり，フラクタル次元は約2.73となる。この操作を3回繰り返したのが，図1(d)のステージ3メンジャースポンジと称される立方形状のフラクタルで，今回，電

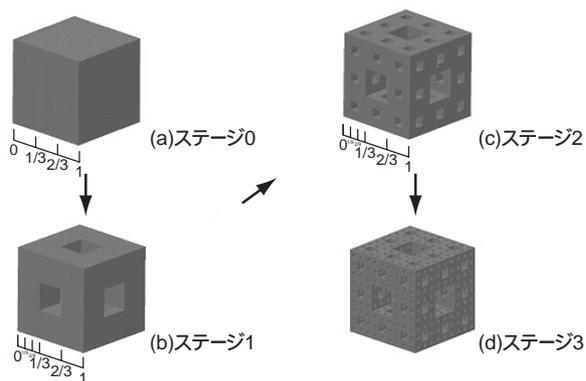


図1 メンジャースポンジ構造の形成過程

(a) イニシエーターとなる立方体, (b) ステージ 1 のメンジャースポンジ, ジェネレーターという. (c) ステージ 2 のメンジャースポンジ, (d) ステージ 3 のメンジャースポンジ

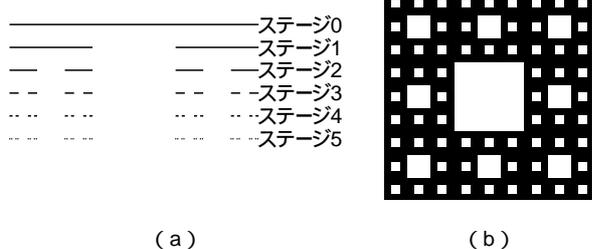


図2 カントールバー (a) とシアピンスキーカーペット (b)

磁波の局在が現れた構造となる. このように数学的な次元の定義に従えば, フラクタルは非整数の次元となる.

メンジャースポンジ構造は, 図 2(a) に示す 1 次元的なカントールバーフラクタルの 3 次元版になっている. カントールバーは, 線分を 3 等分し中央部を抜き取っていく操作を繰り返してでき, フラクタル次元は 0.63 となる. 図 2(b) はカントールバーの 2 次元版で, シアピンスキーカーペットと称され, フラクタル次元は 1.89 である.

### 3 フォトニックフラクタルの設計と製法

フォトニックフラクタルの構造は, 3D-CAD (トヨタケラム社製: Think Design Ver.8.0) を用いて設計している. 3 次元 CAD を使うことにより, 単体の

フラクタル構造だけでなく, 変形, 反転, 複合化などさまざまなバリエーションが設計できる上, 特定の面で切断したり, コネクターをつけたりすることも容易である. 設計した構造は, 光造形法によりオンラインで自動的に造形される. 光造形装置 (ディーメック社製: SCS-300P) の概略を図 3 に示す. CAD データに従っ

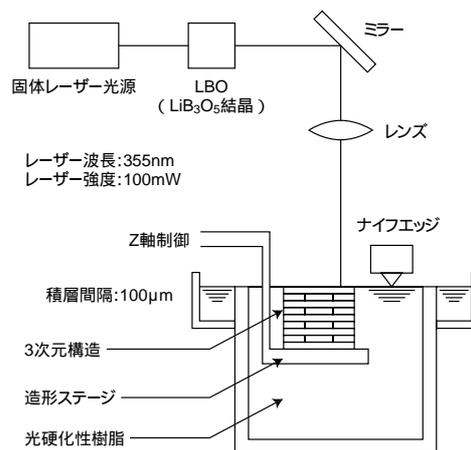


図3 光造形装置の概略図

て, 光硬化性樹脂液に紫外線レーザーを走査すると, 軌跡に沿って樹脂表面が重合固化し 2 次元の薄い層が造形される. この操作を積み重ねて複雑な 3 次元構造が作製できる<sup>6)</sup>. 光硬化性樹脂液にセラミック粒子を混合すれば, 造形物の誘電率を上げることができる. 図 4 にこのようにして造形したステージ 3 のメンジャースポンジ型フラクタル構造を示す.

#### 3.1 フォトニックフラクタルの電磁波特性

図 5 は, 図 4 のステージ 3 メンジャースポンジフラクタルを導波管に入れ, ネットワークアナライザー (アジレントテクノロジー社製: E8364B) とモノポールアンテナを用いて測定した時の電磁波特性である. 8GHz で反射率と透過率が共に  $-50\text{dB}$  まで急激に減衰している. バルク材の電磁波特性では, 全域にわたって透過率はほぼ  $0\text{dB}$  を示し, 一部は反射し, 残りは殆ど透過してしまう. バルク材の比誘電率は 8.8 で, 誘電損失は 0.1 である. この結果は, 8GHz の入射電磁波が, 反射も透過も殆どしないでフラクタル構造内部に局在し, 一部はは素材に吸収されたことを示唆している<sup>7)</sup>.

# 特集

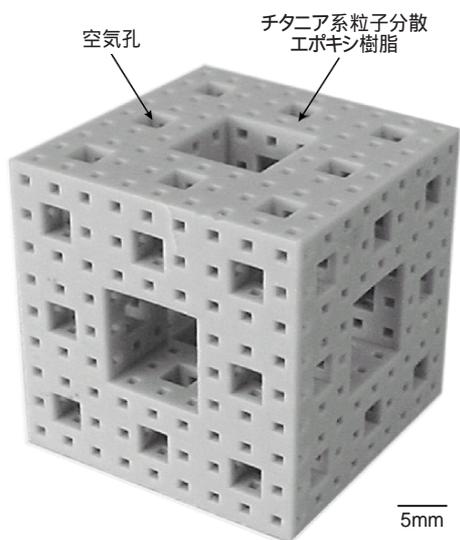


図 4 造形したステージ 3 のメンジャースポンジ構造。フラクタル次元は約 2.73。酸化チタン系セラミックス粒子を 10vol.% 含むエポキシ樹脂で作られている。立方体の 1 辺は 27mm で、9mm、3mm、1mm サイズの角孔が各方向に多数開いている。

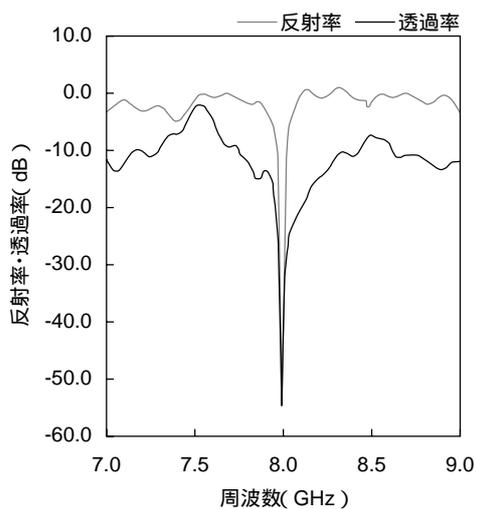


図 5 ステージ 3 メンジャースポンジ構造 (図 4) の電磁波特性

図 6 に、1 辺 81mm のステージ 4 メンジャースポンジフラクタルに対し、ホーンアンテナを使って測定した透過率、反射率のスペクトルを示す。13.5GHz で

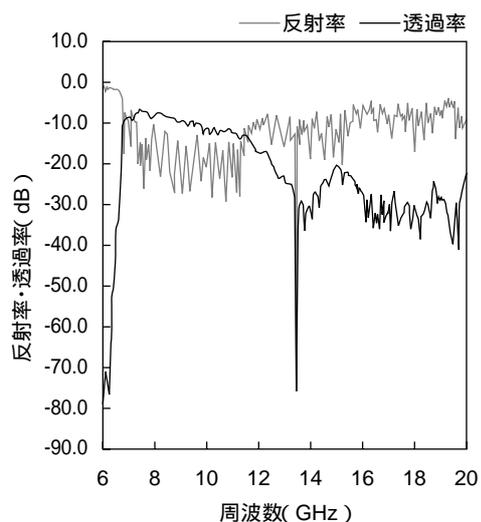
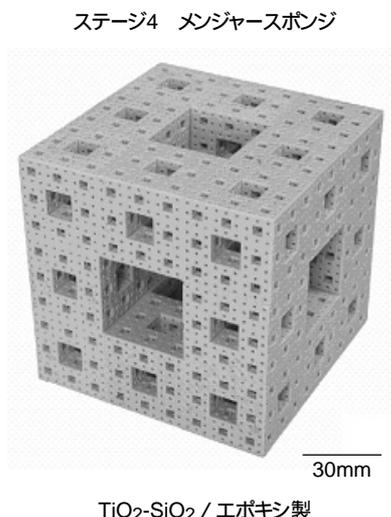


図 6 ステージ 4 のメンジャースポンジ構造 (1 辺 81mm) と電磁波特性

らも  $-70\text{dB}$  と大きく減衰している。図 7 は、13.5GHz の電磁波を入射した際のフラクタル構造の中央断面部の空間と周辺の電場強度分布をモノポールアンテナで測定した結果である。電場強度が中央の立方体空洞および 2 番目の空洞に強く局在し、外部には殆ど存在せず、入射電磁波のエネルギーがフラクタル構造内部に局在していることを示している<sup>8)</sup>。ステージ 3 の構造も同様の局在分布を示すが、ステージ 2 になると図 8 に示すように、一部は外に漏れていることがわかる。

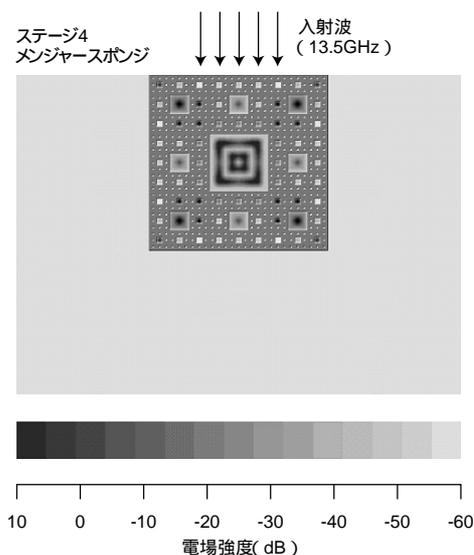


図 7 ステージ 4 のメンジャースポンジ構造中央断面における構造内外の空間における相対的な電場強度の分布 .

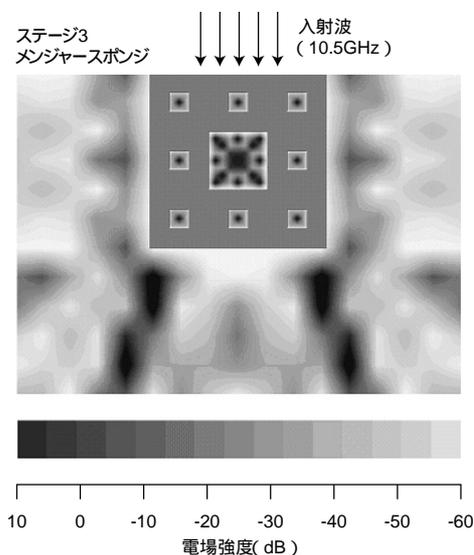


図 8 ステージ 2 ステージ 4 のメンジャースポンジ構造中央断面における構造内外の空間における相対的な電場強度の分布 .

このような結果は、入射電磁波がフラクタル構造により自己相似的に共鳴し、ステージ 3 以上のより複雑なフラクタル構造になると、電磁波が外に漏れなくなり局在することを示唆している。電磁波は誘電体内部でも共鳴することが考えられ、我々の FDTD 法による電磁場解析ではそのような結果が得られている。

1 次元や 2 次元的なフラクタル構造に関しては、照射した電磁波や光が特定の波長で、反射率や透過率が顕著に増大する局在現象が現れ、既に他の研究者らによっていくつか報告されている<sup>9),10)</sup>。ただ、メンジャースポンジ構造での局在は、1 次元や 2 次元に限定された局在ではなく、3 次元的な空間に完全局在し閉じ込められたことになる。

誘電体で形成したメンジャースポンジ型フラクタル構造体に入射した電磁波が、なぜ反射も透過もせずに局在するのか、FDTD 法による電磁場解析により解明中であるが、電磁波が局在する周波数は、下記の経験式で求めることができる<sup>3),11)</sup>。

$$\lambda = 2^l a \sqrt{\epsilon_{eff}} / 3^{2l-1} \quad (2)$$

$a$  : 1 辺の長さ,  $\epsilon_{eff}$  : 平均体積誘電率,  $l$  : 局在する電磁波モードの次数である。平均体積誘電率は、フラクタル構造体を構成している物質の誘電率  $\epsilon_{mat}$  と空気の誘電率  $\epsilon_{air}$  を使って式 (4) から求められる。

$$\epsilon_{eff} = \epsilon_{mat} V_f + \epsilon_{air} (1 - V_f) \quad (3)$$

$V_f$  はフラクタル構造を構成する物質の体積分率で、式 (4) で計算される。

$$V_f = (20/3^d)^m \quad (4)$$

$d$  : 実次元,  $m$  : ステージ数, である。

例えば、図 4 のステージ 3 メンジャースポンジの局在周波数 (8GHz) は、 $l=1$  で計算した周波数によく一致し、ステージ 4 のサンプルでは、 $l=2$  で計算した周波数と一致する。電磁波がなぜこれらのフラクタル構造に局在するかはまだ解明できていないが、メンジャースポンジ型の誘電体フラクタルに関しては式 (2) を使えば、局在周波数の設計が可能になる。

電磁波の波長  $\lambda$  は、誘電率  $\epsilon$  の媒質に入ると  $\lambda/\sqrt{\epsilon}$  に収縮することから、メンジャースポンジ構造内の局在波長は 1 辺の  $2/3$  に相当することになる。一方、一次の局在モードの場合、1 辺が  $a/3$  (9mm) に相当する

## 特集

立方体中央空洞に 1.5 波長分形成されることがわかっていいる。すなわち、フラクタル構造内で  $2/3a$  の波長を有する電磁波が、自身の波長よりも狭い中央空洞に圧縮されて局在していることになる。このような、自らの波長よりも狭い領域に圧縮されて電磁波や光が局在する現象は、2 次元的なフラクタル構造でも見られており<sup>9),10)</sup>、非整数の次元をもつフラクタル構造特有の現象と思われる。

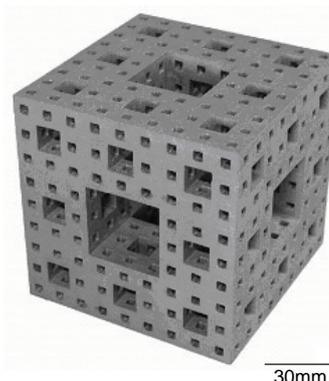
複数のメンジャースポンジ構造を互いに接触させて配列すると局在機能は失われる。このような集合構造にすると、周期構造になってフラクタル性が失われること、すなわちもはや全体構造が非整数の次元でなく整数次元になってしまうことによることが考えられる。したがって、フラクタル構造の機能を失わずに集合化や複合化する場合、全体構造が周期構造に変換してしまわないよう設計しなければならないことがわかっている<sup>12)</sup>。

最近では、フラクタル構造が誘電体でなく金属で構成されていても電磁波の局在が観測されている<sup>13),14)</sup>。図 9 は、低融点合金の Bi-Sn-Pb-In (融点 60 °C) で製造したステージ 3 のメンジャースポンジとその電磁波特性である。この金属製フラクタルは、まずメンジャースポンジの反転構造をエポキシ樹脂によって光造形法で作製しておき、それを鋳型にして低融点合金を真空鋳造し作製したものである。図には 15GHz で、透過率、反射率とも -90dB に達する鋭い減衰が見られ、媒質が金属であっても強い局在が生じることが見出されている。ちなみに 6GHz に生じている透過率の大きな減衰は、中央空洞によるカットオフ周波数に対応する。電磁波は誘電体と異なり、金属表面で反射されてしまうため、自己相似構造によって散乱された電磁波の共鳴が局在に至ったと類推される。金属では、ステージ 2 でも局在モードは外に漏れず閉じ込められることが確認されている。誘電体と金属のメンジャースポンジ構造では、電磁波の散乱過程は異なるが、幾何学的な自己相似構造による共鳴や局在状態の出現機構に違いはないと思われる。言い換えると、非整数の次元を有する構造であれば、媒質によらず電磁波の局在が生じることが予想される。

## 4 おわりに

フォトニックフラクタルによる電磁波の局在を発見してから 2 年近く経過した。局在機構の謎解きは共同研究のメンバーによって理論計算が続けられているとこ

ステージ3 メンジャースポンジ



Bi-Sn-Pb-In / 合金製

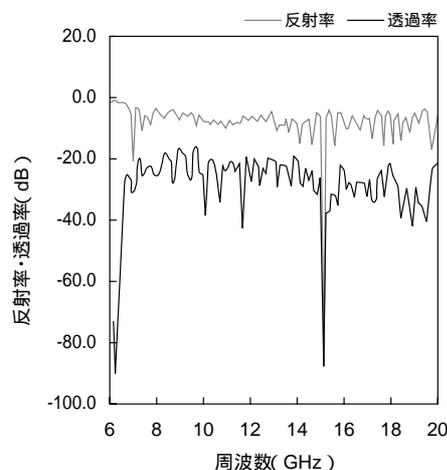


図 9 Bi-In-Sn-Pb 合金製ステージ 3 のメンジャースポンジ構造と電磁波特性

ろであるが、実験的にはさまざまな新事実が見出されつつある。金属フラクタルでの電磁波局在もその一つである。フラクタル構造による電磁波の局在機能は、情報通信やエネルギー、医療等への広範な応用が期待される。種々のフラクタル構造を、さまざまな材料で大小自在に製造できれば、電磁波や光だけでなく、電子やフォノンなどの相互作用により、数多くの新機能が出現することも大いに考えられる。小数点のつく次元の構造は複雑性やカオスにも通じ、その設計・制御と理論解析に基づく機能開発は、人類にあらたな一歩を切り開くかも知れない。

[参考文献]

- 1) B. B. Mandelbrot, *The Fractal Geometry of Nature*, W. H. Freeman & Company (1982)
- 2) 本田勝也; フラクタル, 朝倉書店 (2002)
- 3) M. W. Takeda, S. Kirihara, Y. Miyamoto, K. Sakoda, and K. Honda, *Phys. Rev. Lett.*, **92**, 093902-1 (2004)
- 4) Y. Miyamoto, S. Kirihara, S. Kanehira, M. W. Takeda, K. Honda, and K. Sakoda, *Int. J. Appl. Ceram. Technol.*, **1**, 40 (2004)
- 5) マテリアル インテグレーション誌 特集フォトニックフラクタル, **17**, No.10 (2004)
- 6) 桐原聡秀, 宮本欽生, セラミックス誌, **38**, 348 (2003)
- 7) 桐原聡秀, 宮本欽生, 武田三男, 本田勝也, 迫田和彰, 電磁環境工学情報 EMC, **17**, No.4, 17 (2004)
- 8) S. Kirihara, M. W. Takeda, K. Sakoda, K. Honda, and Y. Miyamoto, *J. Europ. Ceram. Soc., Proc. of 3<sup>rd</sup> Int. Conf. on Microwave Materials and Their Applications, MMA2004*, 投稿中
- 9) W. Wen, L. Zhou, J. Li, W. Ge, C. T. Chen, and P. Sheng, *Phys. Rev. Lett.*, **89**, 223901-1 (2002)
- 10) V. M. Shalaev; *Nonlinear Optics of Random Media: Fractal Composites and Metal-Dielectric Films*, Springer Tracts in Modern Physics 158 (2000)
- 11) Y. Miyamoto, S. Kirihara, M. Takeda, K. Honda, and K. Sakoda, in Proc. of 8<sup>th</sup> Int'l Symposium on Multifunctional and Functionally Graded Materials (FGM2004), Leuven, Belgium, 2004, 印刷中
- 12) A. Mori, S. Kirihara, M. Takeda, K. Honda, K. Sakoda, and Y. Miyamoto, *Proc. of 29<sup>th</sup> Int. Conf. on Advanced Ceramics and Composites*, Cocoa Beach, USA, 投稿中.
- 13) 桐原聡秀, 宮本欽生, 武田三男, 本田勝也, 迫田和彰, 日本金属学会秋期大開講演概要 409 (2004)
- 14) Y. Miyamoto, S. Kirihara, M. Takeda, K. Honda, and K. Sakoda, *Proc. of 29<sup>th</sup> Int. Conf. on Advanced Ceramics and Composites*, Cocoa Beach, USA, 投稿中.

国立大学法人 奈良先端科学技術大学院大学 物質創成科学研究科  
 平成16年度光ナノサイエンス  
 公開研究業績報告会&ミニ体験入学会開催のお知らせ

大学生・高校生・一般を対象とした研究報告会 及び大学生・高校生・中高校理科教諭を対象としたミニ体験入学会を奈良県生駒市高山町NAIST物質創成科学研究科で3月12日に開催致します 皆さま是非ともご参加ください。

研究業績報告会

本年度の30名近い博士学位取得者 100名近い修士学位取得者のうち 目立った成果を挙げている70件近い研究内容を修了者自身が発表します 本年度の本研究科の研究成果の全容が分かります。

[日時]3/12(土)10:00~17:00(随時参加可)

[プログラム]

口頭発表 10:00~11:00

ポスター発表 11:00~16:20

先端設備見学会 16:20~17:00

[対象]高校生・大学生・一般

[参加費]無料

[テーマ]光物性物理学 光情報分子 ナノ高分子 微細半導体素子 分子デバイス 立体原子顕微鏡 光ナノ物性 二光子 PDT 生体材料 人工視覚デバイス 光受容蛋白質 ナノ電子素子 太陽電池 有機EL 精密有機合成 天然物全合成 インテリジェント・セラミックス 超小型化学分析 機能材料 ナノ領域の磁性 温暖化対策 機能薄膜など

ミニ体験入学会

「最先端の装置を動かしてみよう・最先端材料を作ってみよう・最先端を学ぼう」という観点から 本研究科だからできるというミニ体験入学テーマを用意しました 短い時間内で体験してもらおう工夫をしています 各講座の研究内容に結びつく体験入

学内容ですので 各講座のホームページもご覧の上 希望講座をお選びください。

[日時]3/12(土)13:00~15:00(研究業績報告会と同時開催)

[定員]40名程度

[申込締切]2005年3月3日

[対象]大学生 高校生 中学・高校の理科教員

[参加費]無料

\*所属(大学 学部等) 学年 名前 住所 電話番号 電子メールアドレス 体験希望講座名を電子メールまたはFAX 葉書で下記までお申し込み下さい 詳しくは下記ホームページを参照するか お電話でお問合せください。

[申込・問合せ先]

〒630-0192 奈良県生駒市高山町8916-5

奈良先端科学技術大学院大学 物質創成科学研究科 事務室

TEL:0743-72-6004 FAX:0743-72-6009

e-mail:ms-jimu@ms.naist.jp

URL:http://mswebs.naist.jp/whatsnew/report2004

[交通案内]

近鉄学園前駅から 北大和5丁目行きバスの本数が多く「地区センター前」が最寄です(徒歩10分) 近鉄学園前駅 高の原駅から高山サイエンスタウン行きの「大学院大学」が最寄のバス停です 車の場合 北側駐車場(300円)を利用できます。